

Автономная некоммерческая организация
высшего профессионального образования
«Российская академия предпринимательства»
(АНО ВПО «РАП»)



Кафедра: Математика, информационные технологии и естественнонаучные дисциплины
(название кафедры)

Автор: Богочаров М.А., к.ф.-м.н., доцент
Просветов Г.И.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
(МОДУЛЯ)**

МАТЕМАТИКА

(наименование учебной дисциплины (модуля))

Направление/специальность: 38.03.02 Менеджмент

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: заочная

<p>Одобрена на заседании Ученого Совет АНО ВПО «РАП»</p> <p>Протокол № 5 от «11» ноября 2014 г.</p>	<p>Одобрена на заседании кафедры «Экономическая теория, мировая экономика, менеджмент и предпринимательство»</p> <p>Протокол № 9 от «05» ноября 2014 г.</p>
---	---

Москва 2014 г.

1 Цели и задачи дисциплины:

Целью математического образования является:

- воспитание достаточно высокой математической культуры;
- привитие навыков современных видов математического мышления;
- привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности;
- привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности;
- умение сводить задачи принятия решений в экономике к математическим моделям, используя методы линейной алгебры;
- овладение математическими методами, использующими теорию матриц при моделировании экономических задач;
- умение анализировать совместность системы линейных уравнений и получать их решение;
- использование геометрических объектов при постановке и решении задач оптимизации в экономике;
- обучение методам анализа опытных данных, результаты которых случайны;
- умение обрабатывать и систематизировать имеющиеся статистические данные;
- развитие навыков использования вероятностных подходов в профессиональной деятельности при анализе данных.

Задачи дисциплины

Математическое образование должно быть широким, общим, достаточно фундаментальным. В результате изучения дисциплины студент должен получить целостное представление об основных этапах становления современного математического анализа, теории функций действительного переменного, методах решения дифференциальных уравнений, об основных математических понятиях и методах, и о месте и роли математики в различных областях человеческой деятельности. Будущий специалист должен иметь представление о значительном числе математических понятий, что позволит ему конкретно применять математику в практической деятельности и безболезненно повышать свою квалификацию.

В результате изучения дисциплины студент должен получить целостное представление об основных этапах становления современной алгебры, об основных алгебраических понятиях и методах, об основных этапах становления современной теории вероятностей и математической статистике, о месте и роли алгебры и геометрии в математике и в различных областях человеческой деятельности. Будущий специалист должен овладеть современными методами, используемыми при моделировании финансово-хозяйственной деятельности фирмы, уметь оценивать положение фирмы на рынке, проводить анализ взаимодействия производителей и потребителей; должен иметь представление о многих геометрических и алгебраических понятиях и методах, об основах теории вероятностей и математической статистики, что позволит ему конкретно применять математику и алгебру в практической деятельности и безболезненно повышать квалификацию.

2 Место дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина - математика является фундаментальным курсом, необходимым для овладения теоретическими и практическими знаниями, лежащими в основе общенаучных дисциплин различного профиля, а так же дисциплин, изучающих информатику и вычислительную технику. Математика является не только средством решения прикладных задач, но и общепринятым универсальным языком науки.

Данная дисциплина рассчитана на студентов специальности "Государственное муниципальное управление". Этим обусловлен выбор материала. Важное место в дисциплине занимают классические разделы математического анализа для функций одной или нескольких переменных, методы нахождения экстремума функции одной и нескольких переменных, обыкновенные дифференциальные уравнения, основы линейной алгебры и геометрии (теория векторов и матриц и их приложение к решению систем линейных уравнений и неравенств). Алгебра, как часть математики, является не только средством решения прикладных задач, но и базисным элементом общей и профессиональной деятельности современного специалиста.

Эти вопросы особенно важны при исследовании экстремума функций одной или нескольких переменных, в методах линейного и выпуклого программирования, которые широко применяются в математических моделях экономики.

Освоив дисциплину, студенты приобретут навыки логического мышления, достаточную математическую подготовку для самостоятельной постановки простейших экономических и управленческих задач, умение ориентироваться в математическом моделировании, в искусстве формализации реальной задачи, в умении систематизировать результаты наблюдений. Студенты научатся анализировать конкретные ситуации, выявлять переменные и параметры задачи, функциональные зависимости, строить математическую модель, получать численные результаты, интерпретировать полученные решения, делать обоснованные выводы.

3 Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

- владеть методами количественного анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОК-15);
- пониманием роли и значения информации и информационных технологий в развитии современного общества и экономических знаний (ОК-16);

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- основные понятия и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа, теории вероятностей, математической и социально-экономической статистики;
- основные понятия теории матриц;
- формулы полной вероятности, Байеса, формулу Бернулли и ее асимптотические случаи;
- основные дискретные распределения (Бернулли, Пуассона) и непрерывные распределения (нормальное, равномерное, экспоненциальное), их числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение;

уметь:

- решать типовые математические задачи, используемые при принятии управленческих решений;
- использовать математический язык и математическую символику при построении организационно-управленческих моделей;
- обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные; исследовать поведение функций методами математического анализа;
- применять математический аппарат и математические методы (дифференциального и интегрального исчисления, обыкновенных дифференциальных уравнений) для постановки и решения конкретных задач;
- владеть основными методами решения систем линейных уравнений и методами математического моделирования;
- применять математический аппарат линейной алгебры и математические методы для постановки и решения конкретных задач.
- анализировать и решать геометрические задачи на плоскости и в пространстве;

- анализировать системы линейных уравнений, определять их совместность;
- решать системы линейных уравнений численными методами;
- применять аппарат теории вероятностей и методы математической статистики для решения практических задач;
- вычислять доверительные интервалы для среднего и дисперсии; коэффициенты корреляции случайных величин; характеристики выборки: выборочное среднее, выборочную дисперсию, уточнённую выборочную дисперсию, выборочное среднеквадратическое отклонение;
- проверять статистические гипотезы о среднем и о виде распределения.

владеть:

- математическими, статистическими и количественными методами решения типовых организационно-управленческих задач;
- основными методами дифференцирования функций одной и нескольких переменных;
- основными методами интегрирования функций одной и нескольких переменных;
- основами теории обыкновенных дифференциальных уравнений;
- методами математического моделирования.

4 Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		1	2	3	4
Аудиторные занятия (всего)	52				
лекции	20	5	5	5	5
практические занятия (ПЗ)	20	5	5	5	5
семинары (С)					
КСР	12	3	3	3	3
Самостоятельная работа (всего)	264	62	68	60	70
Вид промежуточной аттестации	80	4	36	4	36
Общая трудоемкость дисциплины	часы	396			
	зач	11			

5 Содержание дисциплины

5.1 Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1	Введение в анализ. Элементы теории множеств, математической логики и теории функций. Дифференциальное	Теория множеств (<i>множество, элемент множества, пустое множество. Равенство множеств. Подмножество. Универсальное множество. Дополнение множества</i>). <i>Операции над множествами: объединение, пересечение, разность. Декартово произведение множеств. Основные законы операций над множествами. Числовые множества.</i>

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
	исчисление одной переменной	<p><i>Множества точек на прямой и на плоскости.</i></p> <p><i>Элементы математической логики (классическая логика. Математическая логика. Высказывания (простые и сложные). Отрицание высказываний. Конъюнкция, дизъюнкция, импликация и эквивалентность высказываний. Алгебра логики. Законы логики. Неопределённые высказывания. Кванторы. Строение математической теоремы. Дедукция и индукция. Метод полной математической индукции. Необходимые и достаточные условия. Прямая и обратная теоремы),</i></p> <p><i>Функции и последовательности. Предел. Непрерывность (отображение множеств; взаимно однозначное соответствие. Действительные числа. Переменные величины. Последовательности. Понятие числовой последовательности; арифметическая и геометрическая прогрессии. Функции одной переменной, их свойства (монотонность, ограниченность, четность). Различные способы задания функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Сложные и обратные функции и их графики. Класс элементарных функций. Предел функции в точке и на бесконечности. Предел последовательности; сходимостъ монотонной ограниченной последовательности. Арифметические свойства пределов. Критерий Коши сходимости числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства бесконечно-малых величин. Первый замечательный предел. Сравнение бесконечно малых. Таблица эквивалентных бесконечно малых. Второй замечательный предел. Техника вычисления пределов. Непрерывность функции в точке. Определение точек разрыва. Классификация точек разрыва. Свойства непрерывных функций).</i></p> <p><i>Дифференциальное исчисление функций одной переменной (определение производной, её геометрический и физический смысл; понятие функции, дифференцируемой в точке; уравнение касательной. Связь между наличием производной и непрерывностью. Таблица основных правил и формул дифференцирования. Дифференцирование сложной функции. Логарифмическое дифференцирование. Дифференцирование неявной и параметрически заданной функций. Дифференциал, его геометрический смысл, правила нахождения, применение дифференциала к приближённым вычислениям. Производные и дифференциалы высших порядков).</i></p> <p><i>Применение дифференциального исчисления к анализу функций и построения их графиков (основные теоремы дифференциального исчисления: Ролля, Коши, Лагранжа, Лопиталя. Монотонность функции и условия монотонности; точки экстремума; необходимые (признак Ферма) и достаточные условия точки минимума и максимума; глобальный минимум и максимум функции на</i></p>

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
		<i>отрезке. Выпуклость функции, точки перегиба и их нахождение. Асимптоты графика. Общая схема исследования функции и построения графика)</i>
2	Основы математического анализа	<p>Неопределённый интеграл (<i>первообразная; неопределенный интеграл и его свойства; таблица интегралов. Замена переменной в неопределённом интеграле. Некоторые методы интегрирования (замена переменных, интегрирование по частям, интегрирование рациональных функций и некоторых тригонометрических выражений)</i>).</p> <p>Определённый интеграл и его приложения (<i>задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определение определённого интеграла Римана. Свойства определённого интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница для вычисления определённого интеграла. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле. Несобственный интеграл с бесконечными пределами интегрирования и от неограниченной функции. Основные свойства несобственных интегралов. Геометрические и механические приложения определённого интеграла</i>).</p> <p>Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных (<i>понятие функции нескольких переменных, примеры. Область определения, график функции двух переменных. Предел функции в точке, непрерывность (в случае двух переменных). Частные производные, полный дифференциал, их геометрический смысл. Скалярное поле, линии уровня, производная по направлению, градиент. Частные производные высших порядков. Неявные функции. Обратные функции. Экстремумы функции нескольких переменных; необходимые и достаточные условия экстремума. Понятие двойного интеграла. Вычисление кратного интеграла повторным интегрированием. Замена переменных в кратном интеграле</i>).</p>
3	Векторная алгебра и аналитическая геометрия	<p>Основы векторной и матричной алгебры (<i>метод координат. Декартова и полярная системы координат. Скалярные и векторные величины. Линейные операции над векторами. Модуль вектора. Направляющие косинусы. Скалярное произведение векторов, его выражение через координаты; условия коллинеарности и ортогональности векторов. Угол между векторами. Понятие матрицы. Действия над матрицами (умножение на число, сложение матриц, транспонирование); класс квадратных матриц; умножение матрицы на вектор, умножение квадратных матриц одного порядка. Умножение прямоугольных матриц. Определитель матрицы. Определители второго и третьего порядков Векторное и смешанное произведение векторов</i>).</p> <p>Прямые на плоскости (<i>различные виды уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой</i>).</p>

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
		<p>Кривые второго порядка (кривые второго порядка (окружность, эллипс, гипербола, парабола), их геометрические свойства. Канонические уравнения кривых второго порядка).</p> <p>Плоскость и прямая в пространстве (общее уравнение плоскости в пространстве. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку, перпендикулярно заданному вектору. Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей).</p> <p>Комплексные числа (изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Арифметические действия над комплексными числами. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Формула Эйлера. Корни из комплексных чисел).</p>
4	Введение в линейную алгебру	<p>Матрицы (элементарные преобразования над строками матриц (преобразования Гаусса); приведение матрицы к ступенчатому виду. Ранг матрицы и его вычисление методом Гаусса. Обратная матрица и способы ее нахождения).</p> <p>Определители (свойства определителей, определители n-го порядка. Алгебраические дополнения и миноры. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу). Вычисление определителя методом Гаусса).</p> <p>Исследование и решение систем линейных уравнений (основные понятия (решение системы, эквивалентные системы, однородные и неоднородные системы). Теорема Кронекера – Капелли о совместности системы. Матричная запись системы уравнений. Однородные системы и свойства их решений. Общие и частные решения систем уравнений. Неоднородные системы. Метод Гаусса для решения систем линейных уравнений. Матричные методы решения системы линейных алгебраических уравнений. Системы линейных неравенств)</p> <p>Линейные векторные и евклидовы пространства (основные аксиомы, примеры линейных пространств; базис; размерность. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Подпространства. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису. Скалярное произведение и его свойства. Неравенство Коши – Буняковского. Ортогональный базис. Процесс ортогонализации. Разложение вектора по ортогональному базису).</p> <p>Линейные операторы и их матрицы (понятие линейного преобразования, примеры. Матрица линейного оператора и ее преобразование при переходе к новому базису. Ранг матрицы. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен линейного оператора, его корни. Собственное</p>

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
		<i>подпространство. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду. Сопряженный оператор и его матрица. Самосопряженный оператор и его матрица. Канонический вид самосопряжённого оператора).</i>
5	Теория вероятностей и математическая статистика	<p><i>Случайные события (предмет теории вероятностей. Сущность и условия применимости теории вероятностей. Множество элементарных исходов опыта, событие, теоретико-множественные операции над событиями. Схема опыта с равновозможными исходами. Интуитивное определение вероятности события. Математическое определение вероятности. Случайное, достоверное, невозможное событие. Пространство элементарных событий. Совместные и несовместные, зависимые и независимые события. Алгебра событий. Классическое и геометрическое определение вероятности событий. Теорема сложения вероятностей. Формулы комбинаторики. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса как теорема гипотез. Последовательность независимых, однородных испытаний. Схема Бернулли. Формула Бернулли и ее асимптотические случаи: формулы Пуассона и Муавра-Лапласа).</i></p> <p><i>Случайные величины (Дискретная случайная величина и закон ее распределения. Функция распределения. Непрерывная случайная величина, ее функция распределения и плотность вероятности. Числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратичное отклонение. Свойства математического ожидания; свойства дисперсии (случай дискретной и непрерывной случайной величины); примеры. Некоторые законы распределения и их числовые характеристики. Примеры стандартных случайных величин: Бернулли, биномиальная, Пуассона, показательная (экспоненциальная), равномерная, Гаусса (нормальная). Закон распределения вероятностей для функций от известных случайных величин. Предельные теоремы о связи биномиальной случайной величины с пуассоновской, с гауссовской (локальная и интегральная теоремы Муавра – Лапласа). Правило «три сигма», таблица стандартного нормального распределения. Распределения Пирсона и Стьюдента).</i></p> <p><i>Многомерные случайные величины (системы случайных величин. Функция распределения и плотность вероятности двумерной случайной величины. Зависимые и независимые случайные величины. Числовые характеристики (ковариация, корреляция). Двумерное нормальное распределение).</i></p> <p><i>Предельные теоремы в теории вероятностей (центральная предельная теорема для одинаково распределенных независимых случайных величин. Интегральная теорема Муавра – Лапласа как её следствие. Нормальное</i></p>

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
		<p><i>распределение, его важность, центральная предельная теорема. Некоторые предельные теоремы. Закон больших чисел и его следствия. Теорема Чебышёва).</i></p> <p><i>Теоретико-вероятностные основания математической статистики (генеральная совокупность, выборка, объём выборки, репрезентативная выборка. Вариационный ряд и его размах; эмпирическая функция распределения и кумулята. Гистограмма, полигон, мода, медиана. Выборочные среднее, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции).</i></p> <p><i>Точечные и интервальные оценки (Свойства и сравнительный анализ оценок параметров, получаемых различными методами. Несмещенные оценки, состоятельные оценки. Эмпирическое среднее и дисперсия. Метод моментов оценки математического ожидания (первый начальный момент) и дисперсии (второй центральный момент). Построение интервальных оценок. Распределение выборочного среднего и выборочной дисперсии. Понятие доверительного интервала).</i></p>

6 Лабораторный практикум - не предусмотрен.

7 Примерный перечень контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы

1. Даны два множества: $A = \{-1, 0, 3, 5\}$ и $B = \{-3, 1, 0, 7, 9\}$. Найти $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

2. Даны числовые множества: $A = \{3x \mid x \text{ целое}\}$, $B = \{x^2 \mid x \text{ целое}\}$, $C = (-2, 12)$. Найти $(A \cap C) \setminus B = (0, 3, 6)$

3. Известно, что высказывания a , b – истинны, а c – ложно. Определить истинность высказываний $a \vee b$ и $(a \wedge b) \Rightarrow c$.

4. С помощью диаграммы Венна проверить истинность следующего рассуждения: некоторые a являются b , а некоторые b являются c , следовательно, некоторые a являются c .

5. Пусть A – множество всех квадратов единичной площади. Через B обозначим множество точек плоскости. Каждому квадрату из A ставят в соответствие его центр. Будет ли данное соответствие взаимно-однозначным?

6. Определить интервалы монотонности $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 1$.

7. Какие точки являются абсциссами точки перегиба для функции $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$?

8. Какая точка является вертикальной асимптотой функции $y = \frac{2}{x-1}$?

9. Написать уравнение касательной к кривой $y = x^3 + 3x^2 - 2$ в точке $x_0 = -1$.

10. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 4}{-n^2 + n + 5}$.

11. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 4}{-n^2 + n + 5}$.

12. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 - 3}{2}$.

13. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{n+6}{\ln(1+\operatorname{arctg} 4x)} \cdot 5x$.
14. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{3}{x})^{5x-1}$.
15. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \ln^3 x}{x^2}$.
16. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + \sin 2x}{1 - \cos 2x}$.
17. Найти производную функции $y = \sqrt{\sin^2 x + 1}$.
18. Найти производную функции $f(x) = y = \frac{x}{\sin x}$.
19. Найти производную функции $y = \ln(x^2 + x)$.
20. Найти производную функции $y = \frac{x}{x^2 + x}$.
21. Найти область определения функции $f(x) = \lg(4x - x^2 - 3)$.
22. Найти дифференциал функции $y = \ln(2x - 3)$.
23. Найти дифференциал функции $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$ в точке $x = 1$.
24. Найти вторую производную функции e^{2x+1} в точке $x = 0$.
25. Найти вторую производную функции $y = \arccos \sqrt{x}$.
26. Чему равна первообразная функции $x / (x^2 + 1)$?
27. Чему равна первообразная функции $\frac{\ln x}{x}$?
28. Чему равна первообразная функции $\sin 4x$?
29. Чему равна первообразная функции $\cos(4x + \pi)$?
30. Вычислить определенный интеграл $\int_{-1}^2 \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$.
31. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\pi/2} (x^2 + 2x + 2) dx$.

32. Вычислить определенный интеграл $\int_0^4 dx \frac{dx}{x^2} x e^{x^2/2} dx$.
33. Вычислить несобственный интеграл $\int_0^{\infty} dx \frac{dx}{x^2} x e^{x^2/2} dx$.
34. Вычислить несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} x e^{x^2/2} dx$.
35. Найти область определения для функции $z(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$.
36. Найти область определения для функции $z(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$.
37. Найти область определения для функции $z(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.
38. Вычислить частные производные первого и второго порядка для функции $z = x^3 - 2xy^2 + y^2$.
39. Найти экстремум функции $z = xy(2 - x - y)$.
40. Для функции $u = y^2z + 3z^2 - 4xyz$ в точке $K(3, 1, 1)$ найти градиент.
41. Найти точки экстремума функции $u(x, y) = xy^2 - 4x^2$ во всей её области определения.
42. Найти максимумы и минимумы функции $u(x, y) = \frac{1}{3}x^3 - 2y^2 + 3xy$ во всей её области определения.
43. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = tg \frac{y}{x}$.
44. Найти частные производные $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = e^{x^2+y^3}$ в точке $M(1, 1)$.
45. Найти градиент скалярного поля $grad z = 2x^2 \vec{i} + \ln x \vec{j}$
46. Найти полный дифференциал функции $e^{y/x}$ в точке $M(1, 1)$.
47. Найти производную функции $u = x^2 + y^2 + z^2$ в точке $(1, -1, 1)$ в направлении вектора $l(1, 1, 1)$.
48. Выписать общее решение уравнения $y'' + 2y' + 1 = 0$.
49. Найти общее решение уравнения $y'' - 4y = 0$.
50. Найти решение дифференциального уравнения $\frac{d^2 x}{dt^2} - 4 \frac{dx}{dt} + 5x = 0$, удовлетворяющее начальным условиям $x(0) = 0, x'(0) = 1$.
51. Найти общее решение дифференциального уравнения $\frac{dx}{dt} - t^2 x = t^2$.
52. Найти общее решение дифференциального уравнения Бернулли $\frac{dx}{dt} - \frac{x}{2t} = -\frac{x^2}{\sqrt{t}}$
53. Найти общее решение дифференциального уравнения $3e^{-x} t^2 dt - (1 + t^3) dx = 0$.
54. Найти общее решение дифференциального уравнения $t \frac{dx}{dt} = -x^2$.

55. Найти общее решение однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами $\frac{d^2x}{dt^2} - 5\frac{dx}{dt} + 6x = 0$.

56. Найти общее решение неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами $\frac{d^2x}{dt^2} - 4\frac{dx}{dt} - 5x = 1$.

57. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами $\frac{d^2x}{dt^2} + 4\frac{dx}{dt} = 0$, удовлетворяющее начальным условиям: $x(0) = 1, x'(0) = 8$.

58. Найти общее решение однородного разностного уравнения с постоянными коэффициентами $y(x+2) - 8y(x+1) + 16y(x) = 0$.

59. Найти общее решение неоднородного разностного уравнения с постоянными коэффициентами $y(x+2) - 10y(x+1) + 16y(x) = 14$.

60. Дана бесконечная геометрические прогрессии с $a_1 = 2, q = \frac{1}{2}$. Вычислите её сумму.

61. Дана бесконечная геометрические прогрессии с $a_1 = 3, q = \frac{2}{3}$. Вычислите её сумму.

62. Определить сходится ли данный ряд $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{2^n}$. Если сходится, указать по какому признаку сходимости.

63. Определить сходится ли данный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n}$. Если сходится, указать по какому признаку сходимости.

64. Определить сходится ли данный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2 + 1}$. Если сходится, указать по какому признаку сходимости.

65. Определить сходится ли данный ряд $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n \ln^3 n}$. Если сходится, указать по какому признаку сходимости.

66. Определить сходится ли данный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{3^{\frac{n}{3}}}$. Если сходится, указать по какому признаку сходимости.

67. Определить сходится ли данный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3n + 5}$. Если сходится, указать по какому признаку сходимости.

68. Определить сходится ли данный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{(2n+5)2^n}$. Если сходится, указать по какому признаку сходимости.

69. Определить сходится ли данный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{n^2}$. Если сходится, указать по какому признаку сходимости.

70. Определить сходится ли данный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{1}{n+1}$. Если сходится, указать по какому признаку сходимости.

71. Исследовать на абсолютную и условную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)}{3^n}$.

72. Исследовать на абсолютную и условную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^3 - n + 3}$.

73. Исследовать на абсолютную и условную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2 + n}{n^3 + 7}$.

74. Укажите интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n}}{n}$.

75. Укажите интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n\sqrt{n}}$.

76. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|x-1|^n}{(3n-2)(n+1)}$.

77. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(n+1)(n+2)}$.

78. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^{2n}}{2n+3}$.

79. Разложить функцию $y(x) = \cos(x^2)$ в ряд Маклорена.

80. Даны две матрицы A и B . Найти матрицу $C = A - 2B$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

81. Даны две матрицы A и B . Найти матрицу $C = A + 2B$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 4 & 4 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ -3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

82. Написать уравнение прямой на плоскости, параллельной прямой $2x + 5y - 1 = 0$ и проходящей через точку $P(1, -2)$.

83. Будут ли параллельны или перпендикулярны следующие прямые $x - 3y + 2 = 0$, $-4x + 12y + 5 = 0$?

84. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(1, -3, -2)$ перпендикулярно прямой $\frac{x-4}{2} = y = \frac{z+2}{-1}$.

85. Написать уравнение прямой в пространстве, проходящей через точку $M(-3, 0, 2)$ и перпендикулярной плоскости $x + 4y - 2z + 7 = 0$.

86. Написать каноническое уравнение эллипса, большая ось которого вертикальна и равна 5, а малая ось горизонтальна и равна 3.

87. Написать уравнение параболы, директриса которой имеет уравнение $y = -2$.

88. Найти координаты фокусов гиперболы $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$.

89. Вычислите матрицу $C = A \cdot B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$.
90. Найти ранг системы векторов: $p = (-1; 2; 0; 1)$; $q = (2; -2; 1; -1)$; $s = (3; -4; 1; -2)$; $t = (0; 2; 1; 1)$.
91. Найти решение системы уравнений (методом Гаусса)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -1 \\ x_1 + 2x_2 = 0 \\ x_1 + 2x_2 = -2 \end{cases}$$
.
92. Найти матрицу A^{-1} , обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ методом Гаусса и с помощью алгебраических дополнений.
93. Сколько решений может иметь система линейных уравнений?

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 = -2 \\ 3x_1 + 9x_2 = -1 \end{cases}$$
94. Сколько решений может иметь система однородных линейных уравнений?

$$\begin{cases} 2x_1 + x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 = 0 \\ x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$
95. Определить размерность линейного пространства решений системы:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$
96. Найдите собственные значения и собственные векторы матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.
97. На полке 26 книг, из которых 17 на русском языке. Наугад берутся 3 книги. Какова вероятность того, что все они на русском языке?
98. Вероятность поражения цели каждым из стрелков соответственно равны: $p_1 = 0,6$; $p_2 = 0,3$; $p_3 = 0,8$. Какова вероятность поражения цели хотя бы одним из стрелков?
99. Производится стрельба по мишени. При каждом выстреле вероятность попасть равна 0,1 (промахнуться, соответственно, 0,9). Произведено два выстрела. Какова вероятность, что оба выстрелы успешны; что один успешен, один промах; два промаха?
100. Производится стрельба по мишени. При каждом выстреле вероятность попасть равна 0,1 (промахнуться, соответственно, 0,9). Произведено 5 выстрелов. Какова вероятность, что все пять выстрелов успешны; что все пять выстрелов неудачны; что имеем два попадания и три промаха?
101. Производится стрельба по мишени. При каждом выстреле вероятность попасть равна 0,1 (промахнуться, соответственно, 0,9). Произведено 5 выстрелов. Какова вероятность, что хотя бы один выстрел успешен.
102. Для событий A, H_1, H_2 в случайном эксперименте известно: $H_1 H_2 = \emptyset$; $p(H_1) = 0,5$; $p(H_2) = 0,2$; $p(A|H_1) = 0,3$; $p(A|H_2) = 0,4$. Какова вероятность $p(A)$ события A ?
103. Вероятность того, что образец бетона выдержит нормальную нагрузку, равна 0,9. Найти вероятность того, что из 7 образцов испытание выдержат 5. Не менее 5?

104. Вероятность появления бракованного изделия при массовом производстве равна 0,001. Найти вероятность того, что в партии из 2000 изделий будет ровно 3 бракованных.

105. Независимые случайные величины X_1 и X_2 распределены нормально, $MX_1 = 2$, $DX_1 = 4$; $MX_2 = -3$, $DX_2 = 9$. Найти MY и DY , если $Y = 2X_1 + 3X_2 - 1$

106. Определить вероятность того, что при подбрасывании монеты 100 раз орёл выпадет более 40 раз.

107. Монета брошена 1000 раз. Монета симметричная. Какова вероятность, что выпадет не менее 500 гербов; что выпадет менее 510 гербов?

108. Монета брошена 400 раз. Монета симметричная. Какова вероятность, что число выпадений герба будет в интервале $[190;210]$?

109. Монета брошена 400 раз. Монета симметричная. Какова вероятность, что число выпадений герба будет в интервале $[180;220]$?

110. Монета брошена 400 раз. Монета симметричная. Какова вероятность, что число выпадений герба будет в интервале $[170;230]$?

111. Найти симметричный относительно среднего значения интервал, в который величина $\xi \approx N(3;2)$ попадает с вероятностью 0,95.

112. Имеем две независимые нормально распределённые случайные величины X и Y : X имеет распределение $N(1;3)$, Y имеет распределение $N(-1;4)$. Определить распределение случайной величины $Z = X - Y + 1$

113. Светореклама супермаркета состоит из 1000 ламп. Вероятность отказа одной лампы за вечер равна 0,003. Какова вероятность, что за вечер не откажет ни одна лампочка?

114. Светореклама супермаркета состоит из 1000 ламп. Вероятность отказа одной лампы за вечер равна 0,003. Какова вероятность, что за вечер откажут не более 5?

115. Светореклама супермаркета состоит из 1000 ламп. Вероятность отказа одной лампы за вечер равна 0,003. Какова вероятность, что за вечер откажут более 3?

116. На телефонную станцию приходят вызовы с интенсивностью 0.5 вызова в минуту. Средняя продолжительность разговора 1 мин. Все потоки событий – простейшие. Определить вероятность отказа $P_{отк}$.

117. Для случайно отобранных семи рабочих стаж работы оказался равным 10; 3,5; 12; 11; 7,9 годам. Чему равен для них средний стаж и разброс (среднеквадратическое отклонение)?

118. Построить дискретный вариационный ряд и начертить полигон для следующего распределения размеров 45 пар мужской обуви, проданных в магазине за день: 39 41 40 42 41 40 42 44 40 43 42 41 43 39 42 41 42 39 41 37 43 41 38 43 42 41 40 41 38 44 40 39 41 40 42 40 41 42 40 43 38 39 41 41 42 . Найти моду и медиану.

119. Выборочная проверка показала, что из 100 изделий 87 удовлетворяют стандарту. Мы хотим быть уверены на 95%, что не ошибаемся в оценке процента нестандартных изделий. В каких пределах он находится? Каков должен быть объем выборки, чтобы оценить процент брака с точностью до 0.01?

120. Провели обследование однотипных изделий, произведенных двумя заводами (по 40 изделий на каждом заводе). Оценки вычислялись в некоторых единицах, затем по ним для каждого завода были сосчитаны статистические показатели – среднее значение оценки и среднеквадратическое отклонение. Результаты приведены в таблице:

	завод № 1	завод № 2
Средний балл	71	76
Стандартное отклонение	5	6

Проверить при уровне значимости 0,05 гипотезу о том, что изделия завода № 2 лучшего качества, чем изделия завода № 1.

8 Примерный перечень тем рефератов, курсовых работ и эссе – не предусмотрен.

9 Примерный перечень вопросов к экзамену по всей дисциплине

1. Операции над множествами: объединение, пересечение и разность. Приведите примеры.
2. Взаимно однозначное соответствие между множествами. Приведите примеры.
3. Дайте определение логических операций над высказываниями: отрицания, конъюнкции, дизъюнкции, импликации. Приведите примеры.
4. Сформулируйте основные правила вычисления пределов. Примеры.
5. Дать определение производной. Сформулируйте основные правила дифференцирования. Привести примеры.
6. Что такое локальный максимум функции. Сформулируйте необходимое условие максимума, достаточное условие максимума. Привести примеры.
7. Дайте определение первообразной и неопределенного интеграла функции. Примеры.
8. Определенный интеграл функции на отрезке и его геометрический смысл. Формула Ньютона-Лейбница.
9. Дифференциал функции одной переменной и его геометрический смысл. Пример.
10. Напишите уравнение касательной прямой к графику дифференцируемой функции в заданной точке. Пример.
11. Необходимое условие для экстремума функции двух переменных?
12. Напишите уравнение касательной плоскости к поверхности в заданной точке. Какой геометрический смысл полного дифференциала? Пример.
13. Как ставится задача Коши для уравнения первого порядка? Какое дифференциальное уравнение называют линейным?
14. Дайте понятие несобственных интегралов. Как формулируются условия их сходимости. Приведите пример.
15. Дайте определение двойного интеграла. Как этот интеграл сводится к повторному интегралу?
16. Как решать обыкновенные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами? Пример.
17. Определение выпуклости функции на промежутке. Достаточные условия. Пример.
18. Неоднородная система линейных уравнений. В каком случае система имеет единственное решение? Множество решений? Не имеет решений? Пояснить ответ. Сформулировать необходимое и достаточное условие совместности системы.
19. Какую матрицу называют обратной к данной? Условие ее существования? Какие способы вычисления обратной матрицы существуют?
20. Определите базис линейного пространства. Что такое размерность пространства? Координаты вектора по данному базису. Какой базис в пространстве R^n называют стандартным?
21. Запишите матрицу перехода от базиса $\{b\}$ к базису $\{c\}$, если
$$b_1 = -2c_1 - 2c_2 - 2c_3$$
$$b_2 = 6a + 8c_2$$
$$b_3 = 3c_1 - c_2 + c_3$$
22. Различные способы записи уравнения прямой на плоскости. Привести примеры.
23. Уравнения прямых на плоскости с угловыми коэффициентами. Угол между прямыми.
24. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Привести примеры.

25. Каноническое уравнение эллипса. Центр, вершины и фокусы эллипса. Покажите на рисунке эти точки. Приведите пример.
26. Каноническое уравнение гиперболы. Центр, вершины и фокусы гиперболы. Покажите на рисунке эти точки. Приведите пример.
27. Каноническое уравнение параболы. Вершина, директриса и фокус параболы. Покажите их на рисунке. Приведите пример.
28. Каноническое и параметрическое уравнения прямой в пространстве, геометрический смысл коэффициентов, входящих в эти уравнения. Приведите примеры.
29. Общее уравнение плоскости, геометрический смысл коэффициентов, входящих в эти уравнения. Приведите примеры.
30. Понятие матрицы. Виды матриц. Операции над матрицами (умножение матрицы на число, сложение и вычитание матриц, умножение квадратных и прямоугольных матриц). Приведите примеры.
31. Матричный способ записи системы линейных уравнений. Приведите пример.
32. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
33. Метод Гаусса вычисления определителя.
34. Применение метода Гаусса для нахождения обратной матрицы.
35. Алгоритм нахождения собственных значений и собственных векторов матриц. Приведите пример.
36. Какая система векторов называется линейно независимой? Приведите примеры.
37. Дайте определение евклидова пространства.
38. Положительно и неотрицательно определенные квадратичные формы. Определение и примеры.
39. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом выделения полных квадратов.
40. Дайте определение суммы и произведения двух событий, события, противоположного данному. Приведите примеры.
41. Запишите формулу для вероятности суммы двух событий, произведения двух событий, вероятности противоположного события. Приведите примеры.
42. Достоверное и невозможное событие, их вероятности. Несовместные события. Полная группа событий. Приведите примеры.
43. Запишите формулу полной вероятности и приведите пример ее применения.
44. Запишите формулу Байеса, приведите пример ее применения.
45. В чем состоит схема испытаний Бернулли? Напишите формулу биномиального распределения. Приведите пример.
46. Дайте определение распределения Пуассона. При каких условиях вместо биномиального распределения используют закон Пуассона?
47. Дайте определение функции распределения случайной величины и перечислите ее свойства. Приведите примеры.
48. Что такое плотность распределения непрерывной случайной величины? Какими основными свойствами она обладает? Приведите примеры.
49. Как вычисляются числовые характеристики дискретной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение? Приведите примеры.
50. Как вычисляются числовые характеристики непрерывной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение? Приведите примеры.
51. Равномерное распределение, его математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение.
52. Нормальное распределение, его особая роль. График плотности нормально распределённой случайной величины.
53. Нормальное распределение. Функция распределения нормальной случайной

величины. Квантили нормального распределения.

54. Нормальное распределение. Сформулируйте правило двух и трёх сигм.

55. Что такое марковский процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем? Приведите примеры.

56. Дайте определение процесса «гибели и размножения». Какие практические задачи можно моделировать с помощью этого процесса?

57. Что такое выборочное среднее и выборочная дисперсия? Формулы для их вычисления. Приведите примеры.

58. Как распределяется выборочное среднее, если генеральное распределение – нормальное?

59. Выборка. Построение по выборке графиков. Гистограмма и полигон. Приведите примеры.

60. Выборка. Построение по выборке графиков. Эмпирическая функция распределения, кумулята. Мода, медиана. Приведите примеры.

61. Какая статистика вычисляется по выборке в случае, когда надо проверить гипотезу о равенстве средних двух генеральных совокупностей с одинаковыми дисперсиями, если эти дисперсии известны?

62. Какая статистика вычисляется по выборке в случае, когда надо проверить гипотезу о равенстве средних двух генеральных совокупностей с одинаковыми дисперсиями, если эти дисперсии неизвестны?

63. Как определяется коэффициент корреляции двух случайных величин? Приведите примеры.

64. Как определяется эмпирический коэффициент корреляции двух случайных величин? Приведите примеры.

65. Сформулируйте алгоритм построения прямой методом наименьших квадратов. Приведите примеры.

66. В чем состоит схема Бернулли? Напишите формулу биномиального распределения. Приведите пример.

10 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература

1. Кремер Н. Ш., Путко Б. А., Тришин И. М., Фридман М. Н. Высшая математика для экономистов. Учебник. Юнити-Дана, 2012. <http://biblioclub.ru>
2. Кузнецов Б. Т. Математика. Учебник. Юнити-Дана, 2012. <http://biblioclub.ru>.

б) дополнительная литература

1. Дорофеев С. Н. Высшая математика. ISBN: 978-5-94666-622-0. М.: Мир и образование, 2011. <http://biblioclub.ru>.
2. Балдин К. В. , Башлыков В. Н. , Рукосуев А. В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник. ISBN: 978-5-394-02108-4. М.: Дашков и Ко, 2014. 2-е изд. <http://biblioclub.ru>.
3. Федосеев В. В. , Тармаш А. Н. , Орлова И. В. , Половников В. А. Экономико-математические методы и прикладные модели: учебное пособие. ISBN: 5-238-00819-8. М.: Юнити-Дана, 2012. 2-е изд., перераб. и доп. <http://biblioclub.ru>

11 Материально-техническое обеспечение дисциплины:

- сервера на базе MS SQL Server, файловый сервер с электронным образовательным контентом (электронное хранилище учебных продуктов);
- компьютеры с доступом в Интернет и образовательную сеть вуза.